MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

CAMPUS PATO BRANCO

Lista de Exercícios - Integrais

01) Determine a primitiva para cada função. Verifique suas respostas derivando.

a) $f(x) = 6x$

b) $f(x) = x^{-4} + 2x + 3$

c) $f(x) = \frac{1}{2x^3}$

d) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

e) $f(x) = \frac{1}{3}x^{-2/3}$

f) $f(x) = -\pi\text{sen}(\pi x)$

g) $f(x) = \frac{2}{3}\sec^2\frac{x}{3}$

h) $f(x) = \sec\frac{\pi x}{2}\text{tg}\frac{\pi x}{2}$

02) Calcule as integrais. Verifique suas respostas diferenciando.

a) $\int (x+1)dx$

b) $\int (e^{-x} + 4^x)dx$

c) $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})dx$

d) $\int \left(\frac{2}{\sqrt{1-y^2}} - \frac{1}{y^{1/4}}\right)dy$

e) $\int \left(\frac{t\sqrt{t}+\sqrt{t}}{t^2}\right)dt$

f) $\int 7\text{sen}\frac{\theta}{3}d\theta$

g) $\int (1 + \text{tg}^2\theta)d\theta$

h) $\int \cos\theta.(\text{tg}\theta + \sec\theta)d\theta$

i) $\int \frac{\text{cosec}\theta}{\text{cosec}\theta - \text{sen}\theta}d\theta$

03) Diga se cada uma das fórmulas está certa ou errada e justifique sua resposta.

a) $\int x\text{sen}x dx = \frac{x^2}{2}\text{sen}x + C$

b) $\int x\text{sen}x dx = -x\cos x + C$

c) $\int x\text{sen}x dx = -x\cos x + \text{sen}x + C$

4) Calcule as integrais indefinidas:

(a) $\int (x+3)\ dx$

(b) $\int (2x - 3x^2)\ dx$

(c) $\int (x^{\frac{3}{2}} + 2x + 1)\ dx$

(d) $\int \sqrt[3]{x^2}\ dx$

(e) $\int \frac{1}{x^3}\ dx$

(f) $\int \frac{x^2+x+1}{\sqrt{x}}\ dx$

(g) $\int (x+1)(3x-2)\ dx$

(h) $\int y^2\sqrt{y}dy$

(i) $\int \left(\frac{2}{x} + 3e^x\right)\ dx$

(j) $\int \frac{1-2t^3}{t^3}\ dt$

5) Calcule as integrais indefinidas:

(a) $\int (2\text{sen}x + 3\cos x)\ dx$

(b) $\int (1 - \text{cossec}t\ \text{cotg}t)\ dt$

(c) $\int (\sec^2\theta - \text{sen}\theta)\ d\theta$

(d) $\int (\text{tg}^2 y + 1)\ dy$

(e) $\int \frac{\text{sen}x}{\cos^2 x}\ dx$

(f) $\int \frac{dy}{\text{cossec}y}$

6) Suponha f(x) uma função conhecida e que queiramos encontrar uma função F(x), tal que y = F(x) satisfaça a equação dy/dx=f(x).
As soluções desta equação são as antiderivadas de f(x). A equação dy/dx=f(x) é chamada de equação diferencial. Resolva a equação diferencial abaixo.

(a) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{\sqrt{x}}, \quad y(1) = 2.$

(b) $\frac{dy}{dt} = \sec^2 t - \operatorname{sen} t, \quad y(\frac{\pi}{4}) = 1.$

7) Determine a curva y = f(x) no plano xy que passa pelo ponto (9, 4) e cujo coeficiente angular em cada ponto é $3\sqrt{x}.$

8) Uma bola é jogada para cima com velocidade inicial a 64 metros por
segundo de uma altura inicial de 80 metros.

(a) Encontre a função posição escrevendo a altura s em função do tempo t.

(b) Quando a bola atinge o chão?

9) Na Lua, a aceleração da gravidade é1,6m/s^2. Uma pedra é solta de um penhasco na Lua e atinge sua superfície 20 segundos depois. Quão fundo ela caiu? Qual era a velocidade no instante do impacto?

10) A velocidade mínima necessária para que um objeto escape da força gravitacional da Terra é obtida da solução da equação

$$\int v\ dv = -GM \int \frac{1}{y^2}\ dy$$

onde v é a velocidade do objeto lançado da Terra, y é a distância ao
centro da Terra, G é a constante gravitacional e M é a massa da Terra.

Mostre que v e y estão relacionados pela equação

$$v^2 = v_0^2 + 2GM\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{R}\right)$$

onde v0 é a velocidade inicial do objeto e R é o raio da Terra (Sugestão: use o fato que se y = R então v = v0).

11. O fabricante de um automóvel anuncia que ele leva 13 segundos para acelerar de 25 quilômetros por hora para 80 quilômetros por hora. Supondo aceleração constante, calcule:

(a) A aceleração em metros por segundo ao quadrado.
(b) A distância que o carro percorre durante 13 segundos.

12) Calcule as integrais indefinidas usando
as substituições dadas.

a) $\int x\operatorname{sen}(2x^2)dx,\ u = 2x^2$

b) $\int 28(7x-2)^{-5}dx,\ u = 7x - 2$

c) $\int \frac{9r^2dr}{\sqrt{1-r^3}},\ u = 1 - r^3$

d) $\int \sqrt{x} \cdot \operatorname{sen}^2(x^{3/2}-1)dx,\ u = x^{3/2} - 1$

e) $\int \operatorname{cosec}^2(2\theta) \cdot \operatorname{cotg}(2\theta)d\theta,$

i) use $u = \operatorname{cotg}(2\theta)$

ii) use $u = \operatorname{cosec}(2\theta)$

13) Calcule as integrais fazendo a substituição adequada.

(a) $\int e^{2x}dx$

(b) $\int x(2-x^2)^3\ dx$

(c) $\int \cos(8x)\ dx$

(d) $\int x^2e^{-2x^3}\ dx$

(e) $\int x^2\sec^2(x^3)\ dx$

(f) $\int \frac{dx}{e^x}$

(g) $\int \frac{e^{\sqrt{y}}}{\sqrt{y}}\ dy$

(h) $\int \operatorname{sen}^2(3x)\cos(3x)\ dx$

14) Calcule as integrais:

a) $\int \sqrt{3-2s}\ ds$

b) $\int \theta \sqrt[4]{1-\theta^2} d\theta$

c) $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} dx$

d) $\int r^2 \left(\frac{r^3}{18}-1\right)^5 dr$

e) $\int \frac{4dt}{t(1+\ln^2 t)}$

f) $\int \frac{\text{sen}(2t+1)}{\cos^2(2t+1)} dt$

15) Se você não souber qual substituição deve fazer, tente reduzir a integral passo a passo, usando uma primeira substituição para simplificar um pouco a integral e depois outra para simplificar um pouco mais. Experimente fazer as substituições a seguir
e depois tente sozinho:

a) $\displaystyle\int \frac{18\text{tg}^2(x)\sec^2(x)}{2+\text{tg}^3(x)} dx$

i) $u = \text{tg}(x)$, seguida por $v = u^3$ e depois por $w = 2+v$

ii) $u = \text{tg}^3(x)$, seguida por $v = 2+u$

iii) $u = 2+\text{tg}^3(x)$

b) $\displaystyle\int \frac{(2r-1)\cos(\sqrt{3(2r-1)^2+6})}{\sqrt{3(2r-1)^2+6}} dr$

c) $\displaystyle\int \frac{\text{sen}\sqrt{\theta}}{\sqrt{\theta\cos^3\sqrt{\theta}}} d\theta$

16) Que valores de a e b maximizam o valor de $\int_a^b (x-x^2)dx$?

17) Calcule as integrais.

a) $\int_0^1 (x^2+\sqrt{x})dx$

b) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \text{cosec}\theta \cdot \text{cotg}\theta\ d\theta$

c) $\int_0^1 xe^{x^2} dx$

18) Determine as derivadas calculando a integral e diferenciando o resultado e depois diferenciando a integral diretamente.

a) $\frac{d}{dx}\int_0^{\sqrt{x}} \cos t\ dt$

b) $\frac{d}{dx}\int_1^{\text{sen}x} 3t^2 dt$

19) Determine dy/dx

a) $y = \int_0^x \sqrt{1+t^2} dt$

b) $y = \int_{\sqrt{x}}^0 \text{sen}t^2 dt$

c) $y = \int_1^{x^{1/3}} e^{t^3+1} dt$

20) Use uma substituição para determinar uma primitiva e depois aplique o Teorema Fundamental do Cálculo para calcular a integral.

a) $\int_0^1 (1-2x)^3 dx$

b) $\int_0^\pi \text{sen}^2\left(1+\frac{\theta}{2}\right) d\theta$

c) $\int_0^\pi \text{sen}^2\left(\frac{x}{4}\right)\cos\left(\frac{x}{4}\right) dx$

21) Esboce a região cuja área com sinal está representada pela integral, defina e calcule a integral usando uma fórmula apropriada de geometria onde for necessário.

(a) $\displaystyle\int_{-1}^4 x\ dx$

(b) $\displaystyle\int_0^2 \left(1-\frac{x}{2}\right) dx$

(c) $\displaystyle\int_0^\pi 2\ dx$

(d) $\displaystyle\int_1^2 |2x-3|\ dx$

(e) $\displaystyle\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\ dx$

(f) $\displaystyle\int_0^1 (x+2\sqrt{1-x^2})\ dx$

22) Ache a área sob a curva y = f(x) no intervalo dado.

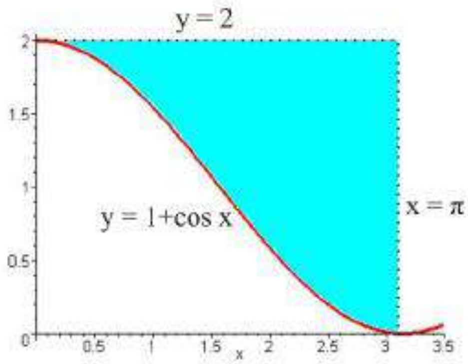
(a) $f(x) = x^3, \quad [2,3]$

(b) $f(x) = \sqrt{x}, \quad [1,9]$

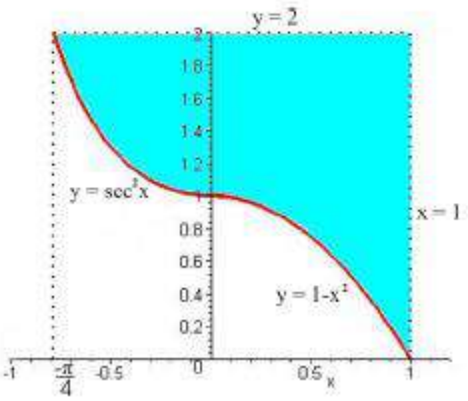
(c) $f(x) = e^x, \quad [1,3]$

23) Determine a área das regiões sombreadas:

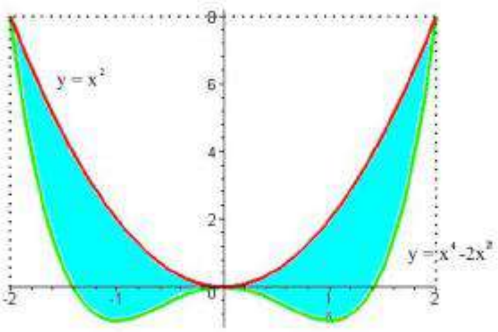
a)



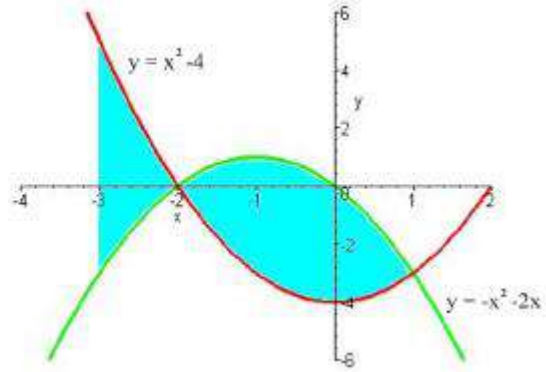
b)



c)



d)



24) Calcule a integral usando o Teorema Fundamental do Cálculo.

(a) $\int_{-3}^{0} (x^2 - 4x + 7)\, dx$

(b) $\int_{1}^{3} \frac{1}{x^2}\, dx$

(c) $\int_{4}^{9} 2x\sqrt{x}\, dx$

(d) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}\theta\, d\theta$

(e) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x\, dx$

(f) $\int_{\ln 2}^{3} 5e^x\, dx$

(g) $\int_{1}^{4} \left(\frac{3}{\sqrt{t}} - 5\sqrt{t} - t^{\frac{-3}{2}}\right) dt$

(h) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(x + \frac{2}{\text{sen}^2 x}\right) dx$

25) Use a fórmula da substituição para calcular as integrais.

a) $\int_{-\pi/4}^{0}(\text{tg}x \cdot \sec^2 x)dx$

b) $\int_{0}^{\pi}(3\cos^2 x \cdot \text{sen}x)dx$

c) $\int_{0}^{\sqrt{7}} t(t^2+1)^{1/3}dt$

d) $\int_{0}^{\sqrt{3}} \frac{4x}{\sqrt{x^2+1}}dx$

e) $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{4x}{\sqrt{x^2+1}}dx$

f) $\int_{\ln\frac{\pi}{6}}^{ln\frac{\pi}{2}} 2e^v\cos(e^v)dv$

26) Esboce o gráfico da função no intervalo dado. Depois integre a função no intervalo dado e determine a área da região entre o gráfico e o eixo x.

a) $y = x^2 - 6x + 8,\ [0,3]$

b) $y = 2x - x^2,\ [0,3]$

27) Determine as áreas das regiões compreendidas entre as curvas:

a) $y = x^2 - 2$ e $y = 2$

b) $y = x^2$ e $y = -x^2 + 4x$

c) $y = x^4 - 4x^2 + 4$ e $y = x^2$

d) $y = 2\text{sen}x$ e $y = \text{sen}2x,\ 0 \leq x \leq \pi$

28) Determine a área da região no primeiro quadrante delimitada pelas retas y = x e x = 2, a curva $y = 1/x^2$ e o eixo x.

29) Determine a área da região entre a curva $y = 3 - x^2$ e a reta $y = -1$.

30) Ache a área total entre a curva $y = x^2 - 3x - 10$ e o eixo x no intervalo [-3,8]. Faça um esboço da região.

31) Calcule a integral definida:

(a) $\int_0^1 (2x+1)^4\ dx$

(b) $\int_0^8 x\sqrt{1+x}\ dx$

(c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 4\text{sen}\frac{x}{2}\ dx$

(d) $\int_{\frac{-3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \text{sen}x\ \cos x\ dx$

(e) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$

(f) $\int_0^1 \frac{y^2}{\sqrt{4-3y}}\ dy$

(g) $\int_0^e \frac{dx}{x+e}$

32) Esboce a região entre as curvas no intervalo dado e calcule a sua área.

(a) $y = x^2,\quad y = \sqrt{x},\quad x = \frac{1}{4},\quad x = 1$

(b) $y = \cos 2x,\quad y = 0,\quad x = \frac{\pi}{4},\quad x = \frac{\pi}{2}$

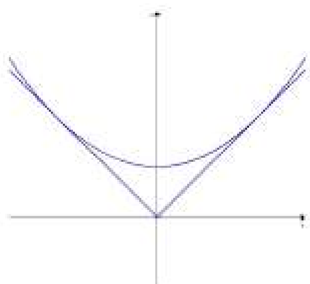
(c) $x = \text{sen}y,\quad x = 0,\quad y = \frac{\pi}{4},\quad y = \frac{3\pi}{4}$

(d) $y = 2 + |x-1|,\quad y = -\frac{1}{5}x + 7$

(e) $y = x,\quad y = 4x,\quad y = -x + 2.$

(f) $y = \text{sen}x,\quad y = \cos 2x,\quad x = \frac{-\pi}{2},\quad y = \frac{\pi}{6}$

33) A superfície de uma parte de uma máquina é a região entre os gráficos das funções $y_1 = |x|$ e $y_2 = 0,08x^2 + k$ conforme a figura abaixo.



(a) Determine o valor de k se a parábola é tangente ao gráfico de y1
(b) Determine a área da superfície desta parte da máquina.

34) Calcule a integral usando a integração por partes.

(a) $\int x \cos\ 5x\ dx$
(b) $\int \ln(2x+1)\ dx$
(c) $\int \operatorname{arctg}\ 4t\ dt$
(d) $\int \operatorname{sen}^{-1} x\ dx$
(e) $\int e^{2\Theta} \operatorname{sen} 3\Theta\ d\Theta$
(f) $\int_0^{\pi} t\ \operatorname{sen} t\ dt$
(g) $\int_0^{\frac{1}{2}} \cos^{-1} x\ dx$

35) Uma partícula se move ao longo do eixo x com uma função velocidade v(t) = $t^2 .e^{-t}$. Até onde irá a partícula no tempo t = 0 a t = 5?

36) O estudo das ondas de dentes de serra em engenharia leva a integrais da forma

$$\int_{\frac{-\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} t\ \operatorname{sen}(k\omega t)\ dt$$

onde k é um inteiro e w é uma constante não nula. Calcule a integral.

37) Calcule a integral

(a) $\int \cos^3 2x\ dx$
(b) $\int \operatorname{sen}^2 2t\ \cos^3 2t\ dt$
(c) $\int \operatorname{sen} x\ \cos 2x\ dx$
(d) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{sen} 2x\ \cos 4x\ dx$
(e) $\int \sec 2x\ dx$
(f) $\int \operatorname{tg}^2 x\ \sec^2 x\ dx$
(g) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{tg}^2 2x dx$

38) A integral

$$\int \frac{x}{x^2+4}\ dx$$

pode ser calculada ou por substituição trigonométrica ou pela substituição u = x^2 + 4. Calcule-a das duas maneiras e mostre que os resultados são equivalentes.

39) Use frações parciais para achar a integral.

(a) $\int \frac{1}{x^2-1}\ dx$
(b) $\int \frac{3}{x^2+x-2}\ dx$
(c) $\int \frac{5-x}{2x^2+x-1}\ dx$
(d) $\int \frac{x^2+12x+12}{x^3-4x}\ dx$
(e) $\int \frac{2x^3-4x^2-15x+5}{x^2-2x-8}\ dx$

40) Encontre o volume do sólido obtido pela rotação da região limitada pelas curvas dadas em torno das retas especificadas. Esboce a região.

(a) $y = \frac{1}{x}, x = 1, x = 2, y = 0$; em torno do eixo x,
(b) $x = 2\sqrt{y}, x = 0, y = 9$; em torno do eixo y,
(c) $y = x^3, y = x, x \geq 0$; em torno do eixo x,
(d) $y = x, y = \sqrt{x}$; em torno de $y = 1$,
(e) $y = x^2, x = y^2$; em torno de $x = -1$,

41) Cada integral representa o volume de um sólido. Descreva o sólido.

(a) $\pi \int_0^{\pi/2} cos^2(x)dx$

(b) $\pi \int_0^1 (y^4 - y^8)dy$

RESPOSTAS DOS EXERCICIOS

1)

a) $3x^2$ b) c) $-\frac{1}{4x^2}$ d) e) $x^{1/3}$

f) g) $2\,\mathrm{tg}\left(\frac{x}{3}\right)$

2)

a) $\frac{x^2}{2} + x + C$

b) $-e^{-x} + \frac{4^x}{\ln 4} + C$

d) $2\,\mathrm{arc\ sen}\, y - \frac{4}{3}y^{3/4} + C$

e) $2\sqrt{t} - \frac{2}{\sqrt{t}} + C$

f) $-21\cos\frac{\theta}{3} + C$

g) $\mathrm{tg}\,\theta + C$

h) $-\cos\theta + \theta + C$

3)

(a) Errada: $\frac{d}{dx}\left(\frac{x^2}{2}\,\mathrm{sen}\,x + C\right) = \frac{2x}{2}\,\mathrm{sen}\,x + \frac{x^2}{2}\cos x = x\,\mathrm{sen}\,x + \frac{x^2}{2}\cos x$

(b) Errada: $\frac{d}{dx}(-x\cos x + C) = -\cos x + x\,\mathrm{sen}\,x$

(c) Certa: $\frac{d}{dx}(-x\cos x + \mathrm{sen}\,x + C) = -\cos x + x\,\mathrm{sen}\,x + \cos x = x\,\mathrm{sen}\,x$

4)

5)

6)

(a) $y(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x}(3+x) - \frac{8}{3}$

(b) $y(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} + \cos(x) - \frac{\sqrt{2}}{2}$

7) $y = 2x^{3/2} - 50$

8)

(a) $s(t) = -4{,}9t^2 + 64t + 80$

(b) A bola atinge o chão 5 segundos depois de ser jogada.

9)

Caiu 320 metros. A velocidade era de 32m/s.

10)

11)

(a) 1,18m/s^2

(b) 190 metros

12)

a) $-\frac{1}{4}\cos 2x^2 + C$

b) $-(7x-2)^{-4} + C$

c) $-6(1-r^3)^{1/2} + C$

d) $\frac{1}{3}(x^{3/2} - 1) - \frac{1}{6}\,\mathrm{sen}\,(2x^{3/2} - 2) + C$

e) i) $-\frac{1}{4}(\text{cotg}^2 2\theta) + C$ ii) $-\frac{1}{4}(\text{cosec}^2 2\theta) + C$

13)

(a) $\frac{e^{2x}}{2} + c$

(b) $-\frac{x^8}{8} + x^6 - 3x^4 + 4x^2 + c$

(c) $\frac{\text{sen}(8x)}{8} + c$

(d) $-\frac{e^{-2x^3}}{6} + c$

(e) $\frac{\text{tg}(x^3)}{3} + c$

(f) $-\frac{1}{e^x} + c$

(g) $2e^{\sqrt{y}} + c$

(h) $\frac{\text{sen}^3(3x)}{9} + c$

14)

a) $-\frac{1}{3}(3 - 2s)^{3/2} + C$

f) $\frac{1}{2\cos(2t+1)} + C$

15)

a) i) $-\frac{6}{2 + \text{tg}^3 x} + C$ ii) $-\frac{6}{2 + \text{tg}^3 x} + C$ iii) $-\frac{6}{2 + \text{tg}^2 x} + C$

b) $\frac{1}{6}\text{sen}\sqrt{3(2r-1)^2 + 6} + C$

16) $a = 0$ e $b = 1$ maximizam a integral.

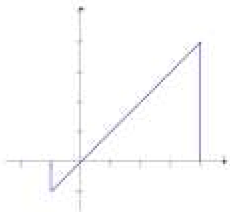
17) a) 1 b) 0 c) $\frac{e-1}{2}$

18) a) $(\cos\sqrt{x})\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$

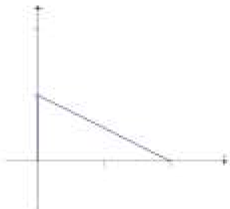
19) a) $\sqrt{1 + x^2}$ b) $-\frac{1}{2}x^{-1/2}\,\text{sen}\,x$ c) $\frac{e^{x+1}}{3x^{2/3}}$

20) a) 0 b) $\frac{\pi}{2} + \text{sen}\,2$

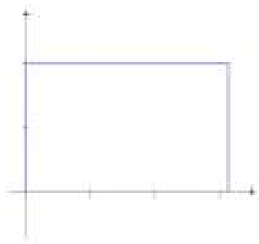
21)



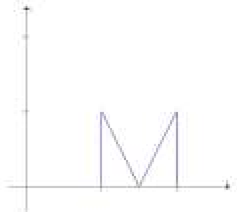
(a)

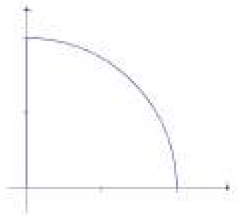


(b)



(c)

(d) 

(e) 

22)
(a) $\frac{65}{4}$
(b) $\frac{52}{3}$
(c) $e^3 - e$

23) a) π c) 38/3

24)
(a) 48
(b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{844}{5}$
(d) 0
(e) $\sqrt{2}$
(f) $5e^3 - 10$
(g) $\frac{-55}{3}$
(h) $\frac{\pi^2}{9} + 2\sqrt{3}$

25) b) 2 f) 1

26) b) integral=0 área=8/3

27) a) 32/3 b) 8/3 c) 8 d) 4

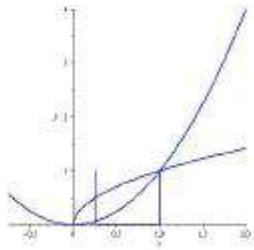
28) 1

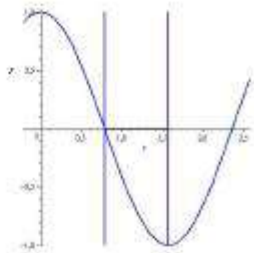
29) 32/3

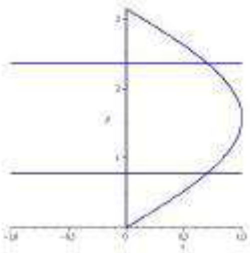
30) 9/2

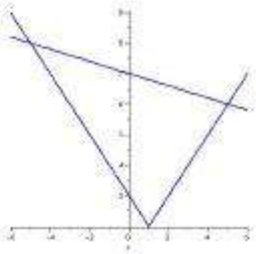
31)
(a) $\frac{121}{5}$
(b) $\frac{1192}{15}$
(c) $8 - 4\sqrt{2}$
(d) 0
(e) $\frac{2}{3}$
(f) $\frac{106}{405}$
(g) $\ln 2$

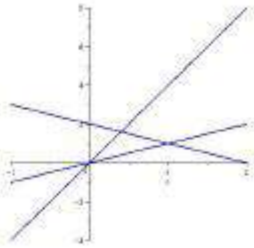
32)

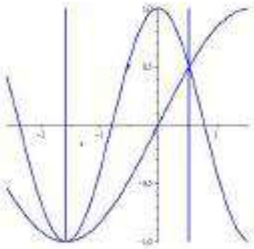
(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

(e) 

(f) 

33)

(a) $k = 3.125$

(b) 13,02083

34)

(a) $\frac{\cos(5\,x)}{25} + \frac{x\sin(5\,x)}{5} + C$

(b) $\frac{1}{2}\ln(2\,x+1)(2\,x+1) - x - \frac{1}{2} + C$

(c) $x\mathrm{arctg}\,(4\,x) - \frac{1}{8}\ln(1+16\,x^2) + C$

(d) $x\mathrm{arcsen}\,(x) + \sqrt{1-x^2} + C$

(e) $\frac{-3}{13}e^{2\,\theta}\cos(3\,\theta) + \frac{2}{13}e^{2\,\theta}\sin(3\,\theta) + C$

(f) π

(g) $1 + \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

35)

$2 - 37\,e^{-5}$

36)

$\frac{2(\mathrm{sen}(\pi\,k) - \cos(\pi\,k)k\pi)}{k^2 w^2}$

37)

(a) $\frac{1}{6}\cos^2(2\,x)\,\mathrm{sen}\,(2\,x) + \frac{1}{3}\mathrm{sen}\,(2\,x) + C$

(b) $\frac{-1}{10}\mathrm{sen}\,(2\,t)\cos^4(2\,t) + \frac{1}{30}\cos^2(2\,t)\,\mathrm{sen}\,(2\,t) + \frac{1}{15}\mathrm{sen}\,(2\,t) + C$

(c) $\frac{-1}{6}\cos(3\,x) + \frac{1}{2}\cos(x) + C$

(d) $\frac{1}{24}$

(e) $\frac{1}{2}\ln|\sec(2\,x) + \tan(2\,x)| + C$

(f) $\frac{\mathrm{sen}^3(x)}{3\cos^3(x)} + C$

(g) $\frac{-\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

38)

39)

(a) $\frac{1}{2}\ln|\frac{x-1}{x+1}| + C$

(b) $\ln|\frac{x-1}{x+2}| + C$

(c) $\frac{3}{2}\ln|2x-1| - 2\ln|x+1| + C$

(d) $5\ln|x-2| - \ln|x+2| - 3\ln|x| + C$

(e) $x^2 + \frac{3}{2}\ln|x-4| - \frac{1}{2}\ln|x+2| + C$

40)a) $\pi/2$ b) 162π c) $\frac{4\pi}{21}$ d) $\pi/6$ e) $29\pi/30$

41)